A Contribution to the Theory of Economic Growth

Mankiw Romer Weil 1992

Paul-Antoine Chevalier

ENS Cachan

Septembre 2009

Motivations

- Mankiw Romer Weil 1992 , QJE. Réhabilitation empirique du modèle de Solow face aux théories de la croissance endogène.
- Article avec un message économique fort et relativement simple sur le plan empirique.

Références

- Daron Acemoglu 2009 "Introduction To Modern Economic Growth".
- Aghion Howitt "The Economics of Growth" 2009
- Jones et Romer "The New Kaldor Facts" June 2009, American Economic Journal, Macroeconomics.
- Solow 1956 "A Contribution to the theory of economic growth" QJE.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

La croissance économique

- La croissance économique : phénomène marquant XIX-XX. Voir les travaux d'Angus Maddison (`http://www.ggdc.net/maddison/`).
- Premiers modèles de croissance après la seconde guerre mondiale (Harrod et Domar) puis Solow et Swan.
- Les théories de la croissance économique ont pour but d'expliquer les différences de niveau de vie à la fois au cours du temps et entre les pays.
- Question de la convergence : Les économies en retard vont-elles rattraper les pays développés ?

Les 6 faits stylisés de Kaldor (1961)

Les 6 faits stylisés de Kaldor constituent un agenda de recherche pour les théories de la croissance.

1. La productivité du travail Y/L a cru à un taux soutenu.
2. Le capital par tête K/L a aussi crû à un taux soutenu
3. Le taux d'intérêt réel r sur le capital est resté stable.
4. Le ratio K/Y est resté stable.
5. Les parts de la rémunération du capital rK/Y et de la rémunération travail wL/Y dans le revenu national sont restées stables.
6. Il y a des différences persistentes de taux de croissance entre les pays connaissant une forte croissance de l'ordre de 2 à 5 %.

Les théories de la croissance

- Modèle de croissance néo-classique (Solow et Swan 1956) reproduit dans un modèle unique les 5 premiers faits stylisés.
  - Le modèle de Solow montre qu'à long terme, on ne peut pas expliquer la croissance par l'accumulation du capital (Productivité marginale décroissante du capital).
- 80's : développement des théories de la croissance endogène.
  - Motivation empirique : Expliquer le 6eme fait stylisé.
  - Motivations théoriques : Expliquer la croissance du "résidu de Solow".
  - Dans les modèles AK (Romer 1986), la croissance est une fonction du niveau de capital.
- 90's : Premiers travaux empiriques avec Barro et Sala i Martin et MRW 92.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Le modèle de Solow (simple)

- Fonction de production Cobb Douglas :

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$$

  avec
  - A_t : le niveau de technologie
  - L_t : le travail
  - K_t : le capital
- A_t croît au taux g (exogène) : $A_t = A_0 exp(gt)$
- L_t croît au taux n (exogène) : $L_t = L_0 exp(nt)$

Le modèle en variable par unité de *travail efficace*.

- On définit l'intensité capitalistique (ou stock de capital par unité de travail effectif) : $k_t = K_t/(A_t L_t)$
- On définit la production par unité de travail effectif $y_t = Y_t/(A_t L_t)$
- On peut alors réécrire la fonction de production comme suit :

$$y_t = k_t^{\alpha}.$$

L'équation d'évolution du capital

$$\begin{aligned} \dot{k}_t &= sy_t - (n+g+\delta)k_t \\ &= sk_t^{\alpha} - (n+g+\delta)k_t \end{aligned}$$

- $\dot{k}$ désigne la dérivée par rapport au temps.
- Toute la dynamique du modèle provient de l'équation d'évolution du capital (étant donné qu'on a supposé que le taux de croissance des facteurs A et L étaient exogènes).
- $\dot{k}_t$ la dérivée par rapport à t de k_t.
- L'augmentation du capital par unité de travail dépend
  - de la part du revenu épargnée (sy_t) avec un s un taux d'épargne exogène.
  - de la dépréciation du capital $-\delta k_t$ avec δ le taux de dépréciation du capital
  - de la croissance du facteur travail et du progrès technique $-(n+g)k_t$.

L'état stationnaire

On définit l'état stationnaire de l'économie : $\dot{k}_t = 0$.
Dans ce cas, on peut définir $k^\star$

$$k^\star = \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

- RMQ : A l'état stationnaire l'intensité capitalistique dépend positivement du taux de d'épargne s et négativement du taux de croissance de la population active n.
- L'économie converge vers l'état stationnaire.

La production par tête à l'état stationnaire

On reprend la fonction de production.

$$\begin{aligned} Y_t &= K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha} \\ Y_t/L_t &= A_t(K_t/(A_t L_t))^{\alpha} \\ Y_t/L_t &= A_t k_t^{\alpha} \end{aligned}$$

On remplace A_t par son équation d'évolution et k_t par sa valeur stationnaire. on obtient :

$$Y_t/L_t = A_0 exp(gt)\left(\frac{s}{n+g+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}}$$

On passe en log et on obtient :

$$\ln(y_t) = \ln(A_0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(n+g+\delta)$$

(équation 6 dans le MRW).

Note sur l'équilibre compétitif

- On suppose que les firmes maximisent le profit. On considère uniquement le programme de la firme représentative.
- Le prix du bien final est normalisé à 1.
- On suppose qu'on est en concurrence parfaite (la firme prend w e r comme donnés).

$$\pi = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} - wL - rK$$

On écrit les conditions du premier ordre :

$$\partial(\pi)/\partial(K) = 0$$

$$\alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = r$$

On obtient que

$$\alpha = rK/Y$$

C'est la part de la rémunération du capital dans le revenu national.

Interprétations de α

- α représente l'élasticité de la production au capital
- α s'interprète aussi comme la part des revenus du capital dans le PIB.
- On sait d'après la comptabilité nationale que c'est approximativement égal à $1/3$.
- On s'attend donc à ce que les coefficients estimés dans le modèles soient de l'ordre de $\frac{1/3}{1-1/3} = 1/2$ pour le taux d'épargne et $-1/2$ pour le taux de croissance de la population.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Du modèle économique au modèle économétrique

On passe du modèle théorique au modèle économétrique en spécifiant la distribution des erreurs : $\ln A_0 + gt$ représente la technologies et les dotations initiales. $\ln A_0 + gt = a + \epsilon_i$.

$$\ln(y_i) = a + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(s_i) - \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(n_i + g + \delta) + \epsilon_i$$

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(s_i) - \beta_2 \ln(n_i + g + \delta) + \epsilon_i$$

On suppose :

- $\mathbb{E}(\epsilon_i) = 0$
- $\mathbb{E}(\epsilon_i | \ln(s_i)) = 0$ il n'y a pas de variable inobservée qui explique y_i et qui soit corrélé à $\ln(s_i)$
- $\mathbb{E}(\epsilon_i | \ln(n_i + g + \delta))$ idem.

Prédictions du modèle

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(s_i) - \beta_2 \ln(n_i + g + \delta) + \epsilon_i$$

- P1 $\beta_1 > 0$: Le coefficient de l'épargne est positif
- P2 $\beta_2 < 0$: Le coefficient du taux de croissance démographique est négatif.
- P3 $\beta_1 = -\beta_2$: Le coefficient de l'épargne est l'exact opposé du coefficient du taux de croissance démographique.
- P4 $\beta_1 = -\beta_2 = 1/2$: Sous l'hypothèse de concurrence parfaite, on sait que $\alpha = 1/3$.

Les données

- Télécharger les données : `http://pachevalier.free.fr/hop/hopfichiers/mrw.csv` ou appendice de MRW.
- Ouvrir les données.

Variables

- Groupes de pays : non_oil, intermediate, ocde.
- PIB : GDP_1960, GDP_1985 : RMQ on fait l'hypothèse qu'on est à l'état stationnaire en 1985.
- work_pop : Taux de croissance moyen de la population en âge de travailler. RMQ : On n'observe ni δ ni n. Hypothèse ad hoc : $\delta + n = .05$
- ivt_gdp : Si on est à l'équilibre sur le marché des capitaux, alors l'épargne est égal au taux d'investissement.
- school : Taux de scolarisation en pourcentage.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Estimation du modèle non contraint

- On estime le modèle
  $\ln y_i = \beta_0 + \beta_1 ln(s_i) + \beta_2 \ln(g + n_i + \delta) + \epsilon_i$

Note sur le R^2 ajusté

- Problème avec le R^2 : il augmente mécaniquement avec le nombre de variables.
- Difficile de comparer des modèles n'ayant pas le même nombre de variables.
- $$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$
- $$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SCR/(N-K-1)}{SCT/(N-1)}$$

Estimation du modèle contraint

- D'après le modèle théorique, on a $\beta_1 = -\beta_2$.
- Pour estimer le modèle contraint, on définit une variable c1 comme $ln(s) - ln(n + g + \delta)$
- On estime le modèle $\ln y = \gamma_0 + \gamma_1 c1 + v$.
- On sait que $\gamma_1 = \alpha/(1 - \alpha)$
- On en déduit que $\alpha = \gamma_1/(1 + \gamma_1)$
- On identifie donc le paramètres α
- Exemple avec la première régression : $\gamma_1 = 1.48799$
  On en déduit $\alpha = 1.48799/(1 + 1.48799) = .598$ (google)
- $\alpha = .6$, c'est beaucoup trop fort par rapport à ce qu'on sait de ce coefficent (qui vaut plutôt 1/3).
- Note : On sait que dans une fonction Cobb Douglas le α représente aussi la part du rémunération du capital dans la valeur ajoutée. (A détailler).

Test du modèle contraint vs modèle non contraint

- $H_0 : \beta_1 = -\beta_2$
- On utilise un test de Fisher
- On se rappelle la formule

$$F = \frac{(SCR_c - SCR)/p}{SCR/(N-K-1)} \sim F(p, N-K-1)$$

- Dans le cas de la régression non-oil , on a
  - N = 98 , K+1 = 3, N-K-1 = 95
  - p, le nombre de contraintes = 1
  - SCR = 45.10763
  - SCRc = 45.50375
  - F = ((45.50375 - 45.10763) * 95) / 45.10763 = 0.834257974
  - Le quantile à 95 % de la loi de Fisher vaut $q95 = 3.94$: On ne rejette pas H_0.
  - Calcul de la p-value : $\mathbb{P}(F > f) = 1 - F_{1,95}(0.834257974) = 0.3633564328$

Test $\gamma = 1/2$

- Hypothèse nulle :

$$H_0 : \gamma = 1/2$$

- Statistique de Student :

$$T_n = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\hat{\sigma_\beta}} = (1.48799 - .5)/0.12468 = 7.92420597$$

- Le quantile à 97,5 % vaut : 1.9852510035.
- On est donc dans la région critique.
- On peut calculer la p-value $2 * F_{95}(-T_n)$

Dependent variable: log GDP per working-age person in 1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	5.48	5.36	7.97
	(1.59)	(1.55)	(2.48)
ln(I/GDP)	1.42	1.31	0.50
	(0.14)	(0.17)	(0.43)
$\ln(n + g + \delta)$	−1.97	−2.01	−0.76
	(0.56)	(0.53)	(0.84)
$\overline{R}^2$	0.59	0.59	0.01
s.e.e.	0.69	0.61	0.38
Restricted regression:			
CONSTANT	6.87	7.10	8.62
	(0.12)	(0.15)	(0.53)
$\ln(I/GDP) - \ln(n + g + \delta)$	1.48	1.43	0.56
	(0.12)	(0.14)	(0.36)
$\overline{R}^2$	0.59	0.59	0.06
s.e.e.	0.69	0.61	0.37
Test of restriction:			
p-value	0.38	0.26	0.79
Implied α	0.60	0.59	0.36
	(0.02)	(0.02)	(0.15)

Interprétation des résultats

Avantages du modèle

- Les coefficients de l'épargne et de la croissance de la population ont le signe prédit par le modèle (resp. positif et négatif)
- Le test d'égalité des coefficients en valeur absolue n'est pas rejetés.
- Les R2 sont importants.

Limites du modèle

- La magnitude de l'effet est trop important.
- Nécessité d'améliorer le modèle.
- Modèle de Solow augmenté avec inclusion du capital humain.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Le modèle de Solow augmenté

Fonction de production

$$\begin{aligned} Y_t &= K_t^{\alpha} H_t^{\beta} (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta} \\ y_t &= k_t^{\alpha} h_t^{\beta} \end{aligned}$$

avec h = H / AL et k = K / AL

Equations d'évolution du capital physique et humain

La dynamique de l'économie est désormais décrite par deux équations.

$$\begin{aligned} \dot{k}_t &= s_k y_t - (n + g + \delta) k_t \\ \dot{h}_t &= s_h y_t - (n + g + \delta) h_t \end{aligned}$$

Etat stationnaire

$\alpha + \beta < 1$ implique qu'il y a un rendement décroissant du capital. Si $\alpha + \beta = 1$ il n'y a pas d'état stationnaire.

Etat stationnaire

$$
\begin{aligned}
k^\star &= \left(\frac{s_k^{1-\beta} s_h^{\beta}}{n+g+\delta} \right)^{1/(1-\alpha-\beta)} \\
h^\star &= \left(\frac{s_k^{\alpha} s_h^{1-\alpha}}{n+g+\delta} \right)^{1/(1-\alpha-\beta)}
\end{aligned}
$$

La production par tête à l'état stationnaire

$$Y_t/L_t = A_t k_t^{\alpha} h_t^{\beta}$$

On passe en log et on réarrange

$$\begin{aligned}
\ln(Y_t/L_t) &= \ln A_0 + gt + \underbrace{\left[\frac{\alpha(1-\beta)+\alpha\beta}{1-\alpha-\beta}\right]}_{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \ln s_k \\
&\quad + \underbrace{\left[\frac{\beta\alpha-(1-\alpha\beta)}{1-\alpha-\beta}\right]}_{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \ln s_h \\
&\quad - \tfrac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \ln(n+g+\delta)
\end{aligned}$$

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Analyse descriptive

- Corrélation entre les différentes variables explicatives.
- Si le capital humain est corrélé aux variables explicatives et à la variable expliquée, alors cela va modifier l'ensemble des coefficients.

Modèle estimé

Modèle non contraint :

$$\ln y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln s_{k,i} + \beta_2 \ln(n_i + g + \delta) + \beta_3 \ln s_{h,i} + \varepsilon_i$$

Modèle contraint :

$$\ln y_i = \gamma_0 + \gamma_1 \left(\ln s_{k,i} - \ln(n_i + g + \delta)\right) + \gamma_2 \left(\ln s_{h,i} - \ln(n_i + g + \delta)\right) + \varepsilon_i$$

- Le capital humain est limité à l'éducation et mesuré par la part de la population en âge de travaillé qui suit des études.

Prédictions

- P1 : $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0$.
- P2 : $\alpha = 1/3$ et $\beta = 1/3$.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Dependent variable: log GDP per working-age person in 1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	6.89	7.81	8.63
	(1.17)	(1.19)	(2.19)
ln(I/GDP)	0.69	0.70	0.28
	(0.13)	(0.15)	(0.39)
$\ln(n + g + \delta)$	−1.73	−1.50	−1.07
	(0.41)	(0.40)	(0.75)
ln(SCHOOL)	0.66	0.73	0.76
	(0.07)	(0.10)	(0.29)
$\overline{R}^2$	0.78	0.77	0.24
s.e.e.	0.51	0.45	0.33
Restricted regression:			
CONSTANT	7.86	7.97	8.71
	(0.14)	(0.15)	(0.47)
$\ln(I/GDP) - \ln(n + g + \delta)$	0.73	0.71	0.29
	(0.12)	(0.14)	(0.33)
$\ln(SCHOOL) - \ln(n + g + \delta)$	0.67	0.74	0.76
	(0.07)	(0.09)	(0.28)
$\overline{R}^2$	0.78	0.77	0.28
s.e.e.	0.51	0.45	0.32

Test of restriction:			
p-value	0.41	0.89	0.97
Implied α	0.31	0.29	0.14
	(0.04)	(0.05)	(0.15)
Implied β	0.28	0.30	0.37
	(0.03)	(0.04)	(0.12)

Note. Standard errors are in parentheses. The investment and population growth rates are averages for the period 1960–1985. $(g + \delta)$ is assumed to be 0.05. SCHOOL is the average percentage of the working-age population in secondary school for the period 1960–1985.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

La convergence

- Au cours du second XX° siècle, on n'observe pas la convergence attendue.
- L'absence de convergence est utilisée comme argument contre le modèle de Solow.
- Les modèles de croissance endogènes prédisent que la croissance est fonction de l'épargne

$$growth = sA - \delta$$

- Pour MRW, le modèle de Solow ne prédit pas une convergence absolue mais conditionnellement aux déterminants de l'état stationnaire (taux d'épargne et taux de croissance démographique)

Estimation de la convergence

- Estimation de la convergence non conditionnelle

$$\Delta \ln PIB = \alpha_0 + \alpha_1 \ln PIB1960_i + u_i$$

- Estimation de la convergence conditionnelle

$$\Delta \ln PIB = \alpha_0 + \alpha_1 \ln PIB1960_i + \alpha_2 \ln s_i + \alpha_3 \ln(g + \delta + n_i) + u_i$$

- Estimation de la convergence conditionnelle (Solow augmenté)

$$\begin{aligned} \Delta \ln PIB &= \alpha_0 + \alpha_1 \ln PIB1960_i + \alpha_2 \ln s_{k,i} \\ &\quad + \alpha_3 \ln(g + \delta + n_i) + \alpha_4 \ln(s_{h,i}) + u_i \end{aligned}$$

TABLE III

TESTS FOR UNCONDITIONAL CONVERGENCE

Dependent variable: log difference GDP per working-age person 1960–1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	−0.266	0.587	3.69
	(0.380)	(0.433)	(0.68)
ln(Y60)	0.0943	−0.00423	−0.341
	(0.0496)	(0.05484)	(0.079)
$\overline{R}^2$	0.03	−0.01	0.46
s.e.e.	0.44	0.41	0.18
Implied λ	−0.00360	0.00017	0.0167
	(0.00219)	(0.00218)	(0.0023)

Note. Standard errors are in parentheses. Y60 is GDP per working-age person in 1960.

TABLE IV

TESTS FOR CONDITIONAL CONVERGENCE

Dependent variable: log difference GDP per working-age person 1960–1985			
Sample:	Non-oil	Intermediate	OECD
Observations:	98	75	22
CONSTANT	1.93	2.23	2.19
	(0.83)	(0.86)	(1.17)
ln(Y60)	−0.141	−0.228	−0.351
	(0.052)	(0.057)	(0.066)
ln(I/GDP)	0.647	0.644	0.392
	(0.087)	(0.104)	(0.176)
$\ln(n + g + \delta)$	−0.299	−0.464	−0.753
	(0.304)	(0.307)	(0.341)
$\overline{R}^2$	0.38	0.35	0.62
s.e.e.	0.35	0.33	0.15
Implied λ	0.00606	0.0104	0.0173
	(0.00182)	(0.0019)	(0.0019)

Note. Standard errors are in parentheses. Y60 is GDP per working-age person in 1960. The investment and population growth rates are averages for the period 1960–1985. $(g + \delta)$ is assumed to be 0.05.

Plan

1 Motivation

2 Le modèle de Solow (simple)
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

3 Le modèle de Solow augmenté
- Modèle théorique
- Modèle économétrique
- Résultats

4 La convergence

5 Conclusion

Conclusion

- MRW 92 réhabilite le modèle de Solow et remet en cause une des motivations empiriques des modèles de croissance endogène.
- Les motivations théoriques pour les modèles de croissance endogène restent valables.
- Faut-il se focaliser les inégalités entre pays ? Sala i Martin 2006 montrent que les inégalités individuelles se sont réduites entre 1970 et 2000.