Annexe A

Cours d'introduction à la micro-économie corrigé de l'examen

1. Consommation avec des bons d'achat

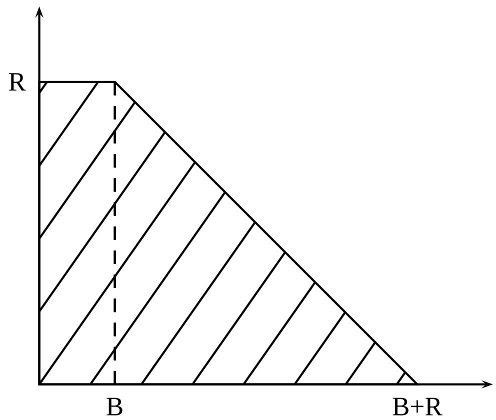
Cet exercice propose une version modifiée du modèle standard du consommateur en considérant des ressources non seulement sous forme de revenu, mais de bons d'achat, qui contraignent l'agent à n'acheter que certains types de biens. On montre dans l'exercice que ceci devient réellement contraignant quand il y a beaucoup de bons d'achats.

1) La consommatrice peut acheter une quantité maximum de bien 1 en dépensant tout son revenu en bien 1 et tous ses bons d'achat. Le prix du bien 1 étant égal à 1, la quantité maximale de bien 1 consommable est $R + B$.

2) A la différence de la question précédente, la consommatrice ne peut pas utiliser ses bons d'achat pour consommer du bien 2. Ainsi, elle disposera d'une quantité maximale de bien 2 en dépensant tout son revenu en bien 2. Le prix du bien 2 étant égal à 1, la quantité maximale de bien 2 consommable est R.

3) Quand la consommatrice consacre tout son revenu à l'achat de bien 2, elle utilise ses bons d'achat pour acquérir du bien 1. Elle consommera donc dans ce cas B unités de bien 1 avec R unités de bien 2.

4) La représentation de l'ensemble des consommations n'est pas tout à fait usuelle : La frontière de cet ensemble passe par les deux points $(R+B,0)$ et (B,R) calculés à la question précédente. Pour passer du premier au second point, la consommatrice substitue du bien 1 par du bien 2 : la frontière contient le segment de droite reliant ces deux points. L'ensemble de consommation contient alors tous les points situés entre ce segment de droite et l'axe horizontal ainsi que tous les points situés entre ce segment de droite et l'axe vertical.



Comme on le voit sur ce graphique, la frontière est composée du segment de pente -1 reliant les points $(B+R,0)$ et (B,R) ainsi que le segment horizontal reliant les points (B,R) et $(0,R)$.

5) Le prix relatif du bien 1 en bien 2 est égal à 1 ($\frac{1}{1}=1$). le TMS de la consommatrice est égal au prix relatif en les points (x_1,x_2) vérifiant :

$$\frac{3\ x_1+5\ x_2}{5\ x_1+3\ x_2}=1 \tag{A.1}$$

que l'on écrit encore :

$$3\ x_1+5\ x_2=5\ x_1+3\ x_2 \tag{A.2}$$

La demande) La demande optimale du consommateur est sur la contrainte budgétaire. Ici, on peut dire encore mieux : elle est sur le segment de droite de pente -1 reliant les points $(B+R,0)$ et (B,R). En équation, cela se traduit par le fait que le consommateur dépense exactement ses ressources :

$$x_1+x_2=B+R \qquad \text{(avec } x_1\geq B\text{)}. \tag{A.3}$$

Il est naturel de rechercher s'il existe sur ce segment un point qui égalise TMS de la consommatrice et prix relatif. On doit donc résoudre le système :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = B + R \\ 3\,x_1 + 5\,x_2 & = 5\,x_1 + 3\,x_2 \end{cases} \tag{A.4}$$

La seconde équation implique $x_1 = x_2$, ce qui donnerait la solution $x_1 = x_2 = \frac{B+R}{2}$. Ce panier est-il optimal ? Afin d'y répondre, il est nécessaire de vérifier si cette solution potentielle vérifie bien la condition $x_1 \geq B$ énoncée dans l'équation A.3 traduisnat que les bons d'achat ne peuvent procurer que du bien 1.

6) Lorsque $R > B$ la quantité $R + B$ est supérieure à $B + B$ d'où l'inégalité voulue : $\frac{R+B}{2} > \frac{B+B}{2} = B$. La solution trouvée ci-dessus convient ; la demande optimale satisfait l'égalité du TMS et du prix relatif :

$$\begin{cases} x_1^* & = \frac{B+R}{2} \\ x_2^* & = \frac{B+R}{2} \end{cases} \tag{A.5}$$

7) Lorsque $R < B$, $R < \frac{R+B}{2} < B$ la solution potentielle ne convient pas car elle en dehors de l'ensemble de consommation. En effet il n'est pas possible que cet agent consomme $\frac{R+B}{2} > R$ unités de biens. Ceci signifie en particulier qu'il n'existe aucun point égalisant TMS et prix relatif saturant la contrainte budgétaire. La consommation optimale est en coin, soit en le point (B, R), soit en le point $(B + R, 0)$. Or si on calcule son TMS en le point $(B + R, 0)$; on trouve

$$TMS(B + R, 0) = \frac{3\,(B + R) + 0}{5\,(B + R) + 0} = \frac{3}{5} \tag{A.6}$$

ce TMS est manifestement inférieur à 1 : en ce panier $(B + R, 0)$ la consommatrice valorise moins le bien 1 que ne le fait le marché, localement, elle aura tendance à céder du bien 1. Ce point n'est donc pas sa consommation optimale. On en déduit alors :

$$\begin{cases} x_1^* = B \\ x_2^* = R \end{cases} \tag{A.7}$$

La consommatrice est dans la situation où elle aimerait bien pouvoir acheter plus de bien 2, mais elle ne le peut pas, car ses bons d'achat ne le lui permettent pas.

8) Il est manifeste que la consommatrice aurait plus de bien être si ses bons d'achat étaient transformés en revenu, au moins dans le cas $B > R$ de la question 7, car alors, elle pourrait acheter plus de bien 2, comme elle le souhaiterait, en égalisant son TMS au prix relatif du marché.

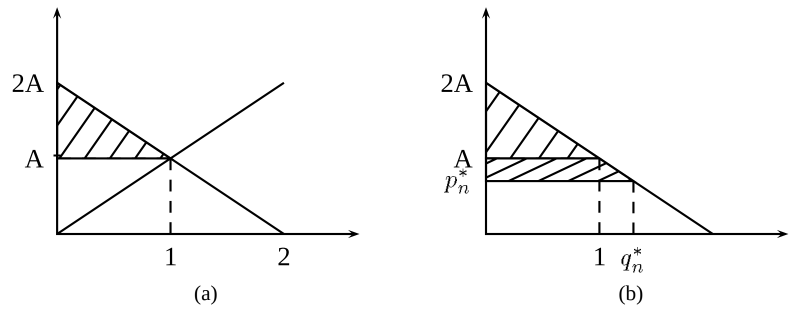


Figure A.1. *Deux équilibres : a) deux firmes identiques ; b) suite aux gains de productivité de l'une des firmes.*

2. Bien-tre avec une meilleure technologie

Cet exercice montre qu'un gain de productivité profite aux consommateurs lorsque l'économie est en concurrence pure et parfaite.

1) Le choix optimal de production de chaque firme est obtenu, sous l'hypothèse de concurrence pure et parfaite, lorsque le coût marginal égale le prix, soit $2\,A\,y = p$, ce qui donne :

$$y(p) = \frac{p}{2A} \tag{A.8}$$

Il y a deux firmes identiques sur le marché. Elles font les mêmes choix de production. La production agrégée est donc :

$$Y(p) = \frac{p}{A} \tag{A.9}$$

Le marché est équilibré lorsque l'offre égale la demande, $Y(p) = X(p)$, soit lorsque :

$$\frac{p}{A} = 2 - \frac{p}{A} \qquad \Longleftrightarrow \qquad p = A \tag{A.10}$$

Le prix d'équilibre est donc $p^* = A$

2) Le surplus net du consommateur est la surface comprise entre la courbe de demande inverse et la droite horizontale d'équation $p = p^*$. Ici, comme la demande inverse est une droite, on trouve facilement $Sn = \frac{1}{2}\,A \times 1 = \frac{A}{2}$.

3) La baisse des coûts de la seconde firme la conduit à modifier ses choix de production. Un calcul analogue à celui de la première question montre que cette firme offre désormais $y(p) = \frac{p}{2B}$, ce qui modifie l'offre agrégée (on met l'indice n pour désigner les différentes variables sous ces nouvelles conditions) :

$$Y_n(p) = \frac{p}{2A} + \frac{p}{2B} = p\,\frac{A+B}{2AB} \tag{A.11}$$

et donc l'équilibre concurrentiel qui s'établit à un prix tel que

$$p\,\frac{A+B}{2AB} = 2 - \frac{p}{A} \qquad \Longleftrightarrow \qquad p = \frac{4AB}{A+3B} \tag{A.12}$$

Le prix d'équilibre sous ces nouvelles conditions est donc $p_n^* = A\ \frac{4B}{A+3B}$. On trouve alors la nouvelle quantité produite et consommée

$$q_n^* = 2 - \frac{2B}{A+3B} = \frac{2A+4B}{A+3B} = 1 + \frac{A+B}{A+3B} \tag{A.13}$$

4) Le surplus des consommateur est calculé sur un principe analogue à celui de la question 2)

$$S_n = \frac{1}{2} * (2A - \frac{4AB}{A+3B}) * \frac{2A+4B}{A+3B} = \frac{A}{2}\ \frac{4\,(A+B)\,(A+2B)}{(A+3B)^2} \tag{A.14}$$

5) l e prix a baissé de A à $A \times \frac{4B}{A+3B}$. La quantité produite et consommée a augmenté de 1 à $1 + \frac{A+B}{A+3B}$ et donc, le surplus du consommateur a lui aussi augmenté. Dans une économie concurrentielle, une innovation technique profite au consommateurs, à travers une baisse de prix du bien produit.

3. Comment les preferences influencent la production

Cet exercice propose une analyse de la production efficace

1) La frontière qui délimite l'ensemble des paniers (x_1, x_2) est un segment de droite délimité par les points $(\bar{x}_1, 0)$ et $(0, \bar{x}_2)$. Elle a pour équation

$$\frac{x_1}{\bar{x}_1} + \frac{x_2}{\bar{x}_2} = 1 \tag{A.15}$$

2) Dans le cas particulier $\bar{x}_1 = \frac{2}{5}$ et $\bar{x}_2 = \frac{5}{2}$, cette équation s'écrit

$$\frac{x_1}{\frac{2}{5}} + \frac{x_2}{\frac{5}{2}} = 1 \tag{A.16}$$

soit, après simplification

$$25\,x_1 + 4\,x_2 = 10 \tag{A.17}$$

Remarque 1. Il y a une coquille dans l'énoncé. A tous ceux qui auraient utilisé la formule de l'énoncé pour la suite, on compte juste.

3) Dans cette économie, la production est efficace quand elle est de la forme $(t\bar{x}_1, (1-t)\bar{x}_2)$. Calculer le taux de substitution de bien 1 en bien 2 signifie de savoir combien d'unité de bien 2 supplémentaires je pense produire lorsque ma production de bien 1 passe de $t\bar{x}_1$ à $t\bar{x}_1 - 1$ unités.

Or, $t\bar{x}_1 = \bar{x}_1(t - \frac{1}{\bar{x}_1})$. Ce bref calcul nous indique qu'en produisant $t\bar{x}_1 - 1$ unités de bien 1, je pourrai produire $\bar{x}_2[1-(t-\frac{1}{\bar{x}_1})]$ unités de bien 2. L'accroissement de bien 2 obtenu est donc :

$$\Delta\,x_2 = \bar{x}_2(1-t) + \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1} - \bar{x}_2(1-t) = \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1}. \tag{A.18}$$

Le taux de substitution de bien 1 en bien 2 est donc $\frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1}$. Il n'est pas surprenant de remarquer que ce nombre $\frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_1}$ est la pente de la droite d'équation $\frac{x_1}{\bar{x}_1} + \frac{x_2}{\bar{x}_2} = 1$.

4) Le TMS se calcule à partir des utilités marginales. Ici $\dfrac{\partial u}{\partial x_1} = x_2$, $\dfrac{\partial u}{\partial x_2} = x_1$. On trouve alors :

$$TMS(x_1, x_2) = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{x_2}{x_1} \tag{A.19}$$

L'agent représentatif est de type Cobb-Douglas.

5) Les préférences sont convexes lorsqu'une quelconque courbe d'indifférence l'est. La courbe d'indifférence qui donne le niveau d'utilité α a pour équation $x_1 x_2 = \alpha$; que l'on écrit :

$$x_2 = \frac{\alpha}{x_1} \tag{A.20}$$

Cette courbe est une hyperbole convexe ($\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\alpha}{x_1^2}$; $\frac{d^2x_2}{dx_1^2} = \frac{+2\alpha}{x_1^3} > 0$).

6) Dans cette économie il n'y a pas de mécanisme de prix qui permette de transférer les biens des firmes aux agents. Il y a une firme qui produit et un agent représentatif qui consomme toute la production.

Lorsque l'agent représentatif dirige la firme, il choisit une production qui lui procure le plus de satisfaction parmi les productions possibles. Le problème est analogue au choix de consommation optimal, hormis le fait que la contrainte budgétaire est remplacée par la frontière de production des firmes.

De même que dans la théorie du consommateur, l'agent choisira s'il le peut, de produire un panier qui égalise son TMS avec la pente de la frontière de production.

7) (x_1, x_2)est un panier situé sur la frontière de production et égalisant le TMS de l'agent avec le taux de substitution de bien 1 en bien 2 s'il vérifie les deux équations

$$\begin{cases} 25x_1 + 4x_2 & = 10 \\ \frac{x_1}{x_2} & = \frac{25}{4} \end{cases} \tag{A.21}$$

En effet, la pente de la frontière de production est $\frac{25}{4}$. Comme le consommateur est le type Cobb-Douglas, on sait que ce système possède une solution unique.

8) On résoud le système précédent par la méthode de substitution $25x_1 = 4x_2$ d'où $4x_2 + 4x_2 = 10$; $x_2 = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25$ et $x_1 = \frac{4}{25} \times \frac{5}{4} = \frac{1}{5} = 0,20$.

9) L'efficacité dans cette économie est le fait que le taux marginal de production de la firme égalise le TMS de l'agent. C'est l'unique organisation de l'économie telle que l'agent n'a aucun gain local à réorganiser la firme.