

Correction du brevet blanc n° 2

Rédaction et présentation : 4 points

Applications numériques : 12 points

Exercice 1: On donne: $A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{3}{2}$

1. Je calcule A et donne le résultat sous forme d'une fraction simplifiée

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{3}{2}$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5 \times 2}{2 \times 3 \times 3}$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{9}$$

$$A = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$$

2. J'écris B sous forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier.

$$B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$$

$$B = 50\sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{25 \times 5}$$

$$B = 50\sqrt{9} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{25} \times \sqrt{5}$$

$$B = 50 \times 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6 \times 5\sqrt{5}$$

$$B = 150\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 30\sqrt{5}$$

$$B = (150 - 3 + 30)\sqrt{5}$$

$$B = 177\sqrt{5}$$

3. Je calcule C et donne son écriture scientifique

$$C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7}$$

$$C = \frac{5 \times 7}{2} \times \frac{10^{-2} \times 10^5}{10^7}$$

$$C = \frac{35}{2} \times 10^{-2+5-7}$$

$$C = 17,5 \times 10^{-4}$$

$$C = 1,75 \times 10^{-3} \quad \text{car} \quad 17,5 = 1,75 \times 10$$

Exercice 2:

Soit $D = (2x+3)^2 + (2x+3)(7x-2)$.

1. Je développe et réduis D.

$$D = (2x+3)^2 + (2x+3)(7x-2)$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9 + 14x^2 - 4x + 21x - 6$$

$$D = 18x^2 + 29x + 3$$

2. Je factorise D.

$$D = (2x+3)^2 + (2x+3)(7x-2)$$

$$D = (2x + 3)(2x + 3) + (2x + 3)(7x - 2)$$

$$D = (2x + 3)(2x + 3 + 7x - 2)$$

$$D = (2x + 3)(9x + 1)$$

3. Je calcule D pour $x = -4$.

Je prends la forme factorisée

$$D = (2 \times (-4) + 3)(9 \times (-4) + 1)$$

$$D = (-8 + 3)(-36 + 1)$$

$$D = -5 \times (-35)$$

$$D = 175$$

Si j'utilise la forme développée

$$D = 18 \times (-4)^2 + 29 \times (-4) + 3$$

$$D = 18 \times 16 - 116 + 3$$

$$D = 288 - 116 + 3$$

$$D = 175$$

Si j'utilise la forme du texte

$$D = (2 \times (-4) + 3)^2 + (2 \times (-4) + 3)(7 \times (-4) - 2)$$

$$D = (-8 + 3)^2 + (-8 + 3)(-28 - 2)$$

$$D = (-5)^2 + (-5) \times (-30)$$

$$D = 25 + 150$$

$$D = 175$$

4. Je résous l'équation $(2x + 3)(9x + 1) = 0$

Le produit est nul donc : ou $2x + 3 = 0$ ou $9x + 1 = 0$

$$2x = -3$$

$$9x = -1$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

$$x = \frac{-1}{9}$$

Les solutions sont $x = \frac{-3}{2}$ et $x = \frac{-1}{9}$

Exercice 3:

1. Je calcule le PGCD des nombres 462 et 546

J'utilise la méthode d'Euclide

a	b	reste de la division euclidienne de a par b
546	462	84
462	84	42
84	42	0

Le PGCD de 546 et 462 est 42

J'utilise la méthode des soustractions

a	b	reste de la division euclidienne de a par b
546	462	84
462	84	378
378	84	294
294	84	210
210	84	126
126	84	42
84	42	42
42	42	0

Le PGCD de 546 et 462 est 42

2. J'en déduis la fraction simplifiée égale à $\frac{462}{546}$

$$\frac{462}{546} = \frac{462 \div 42}{546 \div 42} = \frac{11}{13}$$

Exercice 4:

1. Je résous le système suivant:

$$\begin{cases} 8x + 3y = 39,5 & (1) \\ 7x + 9y = 50,5 & (2) \end{cases}$$

J'utilise la méthode de substitution. Je calcule 3y en fonction de x dans l'équation (1) puis je reporte cette valeur dans l'équation (2)

$$(1) \longrightarrow 3y = 39,5 - 8x$$

$$(2) \longrightarrow 7x + 3(39,5 - 8x) = 50,5 \quad (j'avais calculé 3x et j'ai ici 9x)$$

$$7x + 118,5 - 24x = 50,5$$

$$- 17x = 50,5 - 118,5$$

$$- 17x = - 68$$

$$x = \frac{-68}{-17}$$

$$x = 4$$

Je calcule y sachant que $3y = 39,5 - 8x$

$$3y = 39,5 - 8 \times 4$$

$$3y = 39,5 - 32$$

$$y = \frac{7,5}{3}$$

$$y = 2,5$$

Je vérifie:

$$8 \times 4 + 3 \times 2,5 = 32 + 7,5 = 39,5$$

$$7 \times 4 + 9 \times 2,5 = 28 + 22,5 = 50,5$$

La solution de l'équation est $x = 4$ et $y = 2,5$

2. Une balade d'une heure en mer est proposée à deux groupes de touristes.

Le premier groupe, composé de 8 adultes et de 3 enfants, paie 39,50 euros. Le second, composé de 7 adultes et de 9 enfants, paie 50,50 euros.

Je cherche le prix d'un ticket pour un adulte et le prix d'un ticket pour un enfant

Soit : x le prix d'un ticket pour un adulte

et y le prix d'un ticket pour un enfant

L'équation pour le premier groupe est : $8x + 3y = 39,5$

L'équation pour le second groupe est : $7x + 9y = 50,5$

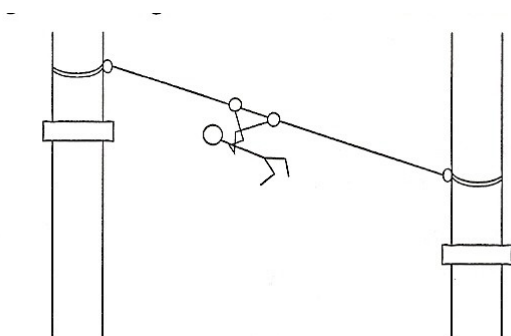
On remarque que le système est le même que celui résolu à la question 1.

Donc le prix pour un adulte est 4 € et pour un enfant 2,5 €

Applications géométriques : 12 points

Exercice 1:

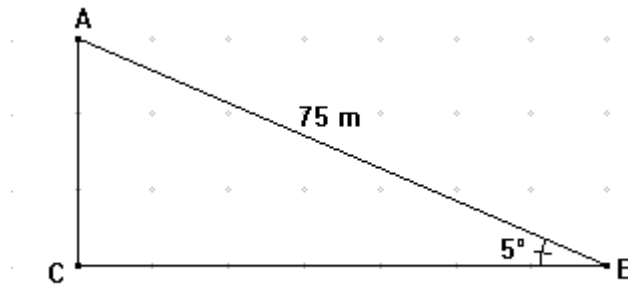
Dans un parc "acrobranche", une épreuve consiste à parcourir une certaine distance, entre deux arbres, avec une tyrolienne (sorte de poulie qui permet de glisser le long d'un câble).



La situation est schématisée dans un plan vertical par le triangle ABC rectangle en C ci-dessous, où A et B désignent les points de fixation du câble sur les arbres, le segment [AB] représentant le câble.

On sait que le câble mesure 75 mètres de long, et qu'il fait un angle de 5° avec l'horizontale

représentée par le segment [BC] sur le schéma.



1) Je calcule la valeur arrondie au centimètre près de la distance BC entre les deux arbres

Le triangle ABC est rectangle en C et $AB = 75$ et $\widehat{ABC} = 5^\circ$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{75} \quad \text{donc } BC = \frac{75 \times \cos 5}{1} \\ BC \simeq 74,71$$

BC est environ égal à 74,71 m

2) Je calcule au centimètre près la différence de hauteur entre les deux plates-formes, représentées par AC sur le schéma

Première méthode: Le triangle ABC est rectangle en C d'après la propriété de pythagore

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$CB^2 = AB^2 - BC^2$$

$$CB^2 = 75^2 - 74,71^2$$

$$CB^2 = 43,4159$$

$$CB = \sqrt{43,4159}$$

$$CB \simeq 6,59$$

$$CB \simeq 6,59 \text{ m}$$

Deuxième méthode: j'utilise le sinus de $\widehat{ABC}$

le triangle ABC est rectangle en C, $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{75}$$

$$AC = 75 \times \sin \widehat{ABC}$$

$$AC = 75 \times \sin 5$$

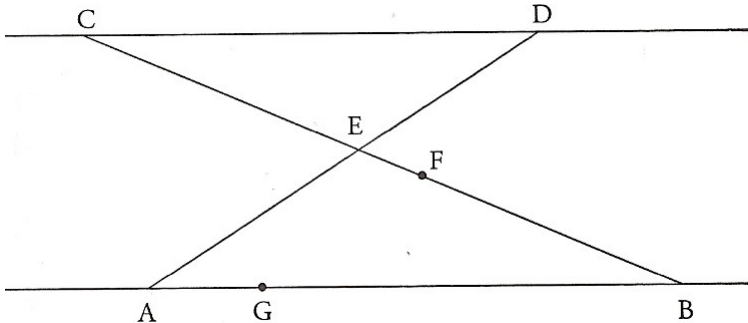
$$AC \simeq 6,54 \text{ m}$$

Exercice2:

L'unité est le centimètre.

Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Les droites (AD) et (BC) se coupent en E.

On donne: $DE = 6$ $AE = 10$ $AB = 20$ et $BE = 16$

**1. Je calcule la distance CD.**

Les points C, E et B sont alignés ainsi que les points D, E et A et les droites (CD) et (AB) sont parallèles

$$\text{donc: } \frac{EC}{EB} = \frac{ED}{EA} = \frac{DC}{AB}$$

$$\text{On utilise : } \frac{ED}{EA} = \frac{DC}{AB}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{DC}{20}$$

$$DC = \frac{20 \times 6}{10} = 12 \qquad DC = 12 \text{ cm}$$

2. Les points F et G appartiennent respectivement aux segments [BE] et [AB].

Ils vérifient: $BF = 12,8$ et $BG = 16$.

Je montre que les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

$$\text{Je montre que : } \frac{BF}{BE} = \frac{BG}{BA}$$

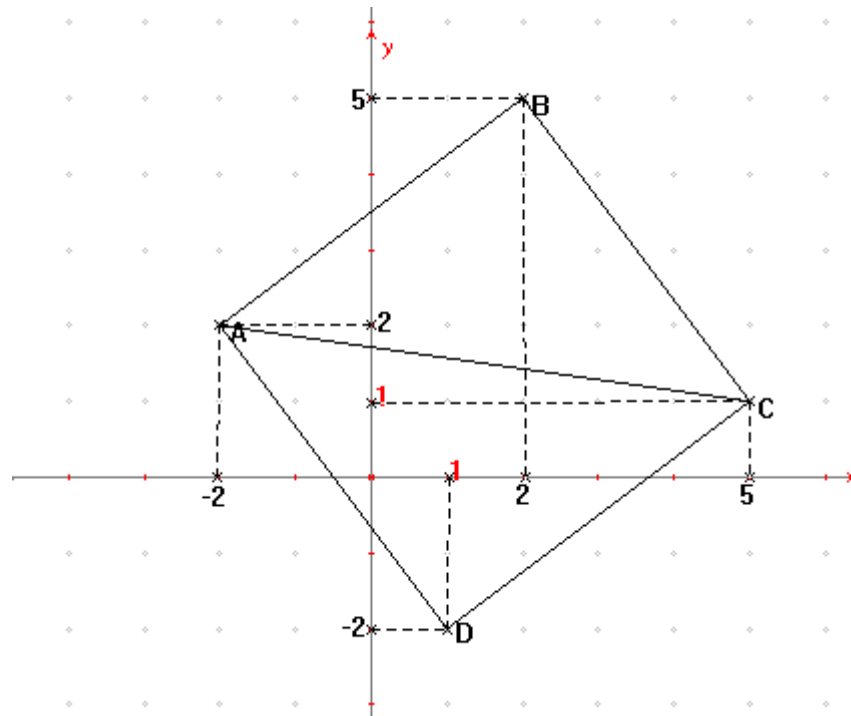
$$\text{Je calcule: } \frac{BF}{BE} = \frac{12,8}{16} = \frac{128}{160} = \frac{128 \div 32}{160 \div 32} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{BG}{BA} = \frac{16}{20} = \frac{4 \times 4}{4 \times 5} = \frac{4}{5}$$

On a : $\frac{BF}{BE} = \frac{BG}{BA}$ et les points B , F et E sont alignés dans le même ordre que les points B, G et A donc d'après la réciproque de la propriété de Thalès **les droites (FG) et (AE) sont parallèles**

Exercice 3: La figure sera tracée sur une feuille petits carreaux

Placer dans un repère (O,I,J) orthonormé, en prenant le centimètre comme unité, les points A(-2 ; 2) , B(2 ; 5) , C(5 ; 1) et D(1 ; -2)



1) Je calcule AB

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB^2 = (2 - (-2))^2 + (5 - 2)^2$$

$$AB^2 = 4^2 + 3^2$$

$$AB^2 = 16 + 9$$

$$AB^2 = 25 \text{ donc } AB = \sqrt{25} = 5$$

$$AB = 5 \text{ cm}$$

2) On donne : $BC = 5$ et $AC = 5\sqrt{2}$, je démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

Dans le triangle ABC, on a : $BC^2 = 5^2 = 25$, $AB^2 = 25$ et $AC^2 = (5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$

$$\text{donc } BC^2 + AB^2 = AC^2$$

d'après la réciproque de la propriété de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B et comme $AB = BC$ alors le triangle est rectangle et isocèle en B

3) Je calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{AD} = (x_D - x_A; y_D - y_A)$$

$$\overrightarrow{AD} = (1 - (-2); -2 - 2)$$

$$\overrightarrow{AD} = (3; -4)$$

$$\overrightarrow{BC} = (x_C - x_B; y_C - y_B)$$

$$\overrightarrow{BC} = (5 - 2; 1 - 5)$$

$$\overrightarrow{BC} = (3; -4)$$

Que peut-on en déduire pour le quadrilatère ABCD?

Les vecteurs ont les mêmes coordonnées alors ils sont égaux

4) Je déduis des questions précédentes que ABCD est un carré

d'après la question précédente $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ donc le quadrilatère ADCB est un parallélogramme de plus $AB=BC$ et $\widehat{ABC}=90^\circ$

Le parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux et un angle droit donc **c'est un carré.**

Problème : 12 points

La station de ski Blanche Neige propose les tarifs suivants pour la saison 2007-2008 :

- tarif A : chaque journée de ski coûte 20 euros;
- tarif B : en adhérant au club des sports dont la cotisation annuelle s'élève à 60 euros, le prix de chaque journée est de 14 €

1. Reproduire et compléter le tableau suivant:

Nombres de jours de ski pour la saison 2007-2008	5	8	11
Coût avec le tarif A en euros	100	160	220
Coût avec le tarif B en euros	130	172	214

2. On appelle x le nombre de journées de ski durant la saison 2007-2008.

J'exprimer en fonction de x :

a) le coût annuel C_A en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif A $C_A = 20x$

b) le coût annuel C_B en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif B. $C_B = 60 + 14x$

3. Sachant que Yann adhérent au club a dépensé au total 242 euros, je cherche le nombre de jours pendant lesquels il a skié

242 n'est pas un multiple de 20 donc Yann n'a pas choisi le tarif A

Avec le tarif B: $14x + 60 = 242$

$$14x = 242 - 60$$

$$14x = 182$$

$$x = \frac{182}{14}$$

$$x = 13$$

Yann a skié 13 jours

4. Sur un papier millimétré, dans un repère orthogonal, prendre:

- en abscisses: 1 cm pour 1 jour de ski ;
- en ordonnées: 1 cm pour 10 euros.

On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille, l'axe des abscisses étant tracé sur le petit côté de la feuille.

Je trace dans ce repère les représentations graphiques des fonctions affines f et g définies par :

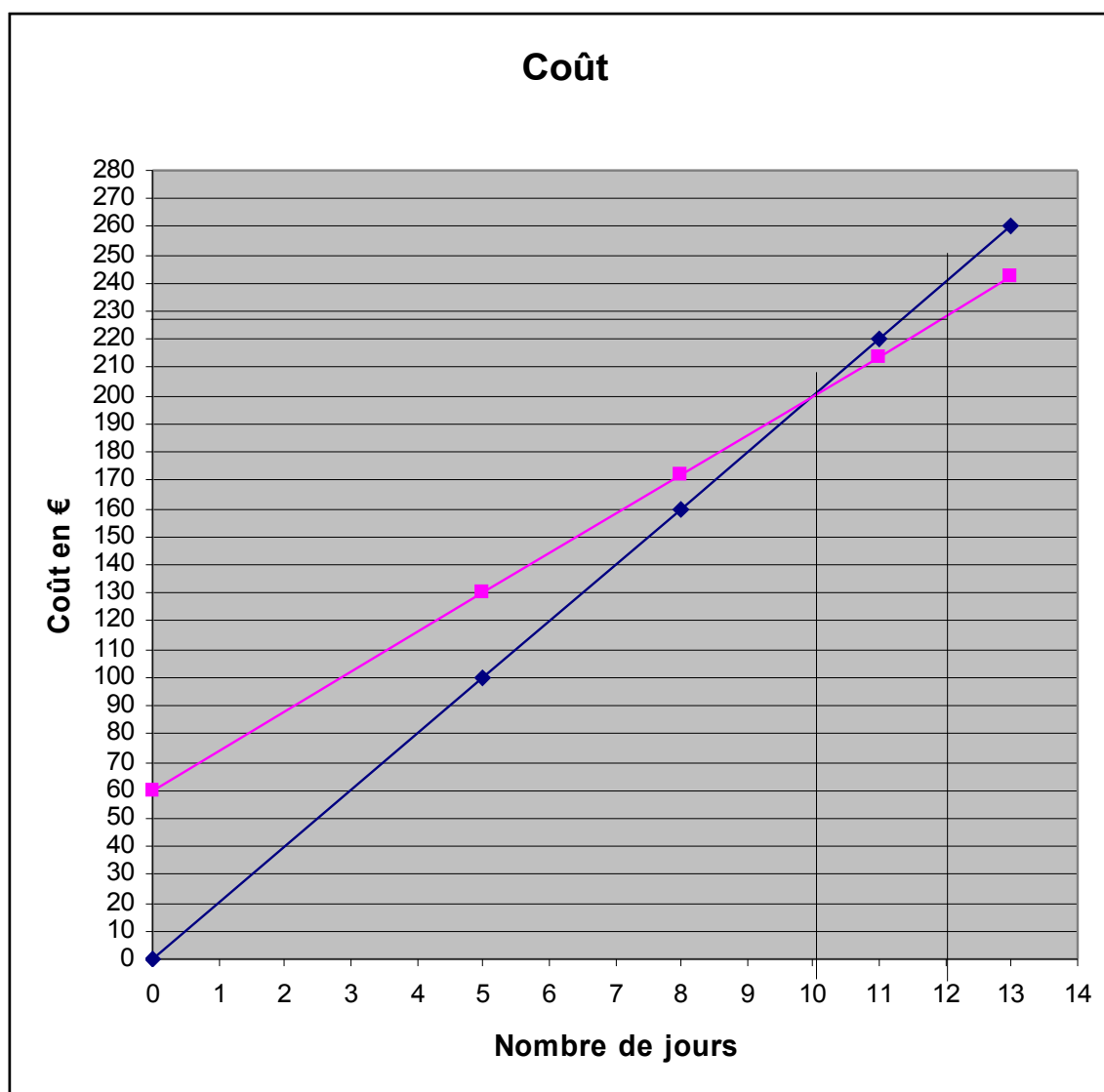
$$f(x) = 20x \text{ et } g(x) = 14x + 60.$$

La fonction f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est la droite qui passe par les points définis dans le tableau

x	5	8	11
f(x)	100	160	220

La fonction g est une fonction affine donc sa représentation graphique est la droite qui passe par les points définis dans le tableau

x	5	8	11
g(x)	130	172	214



5. Dans cette partie, on répondra aux différentes questions en utilisant le graphique (faire apparaître

sur le graphique les traits nécessaires).

a) Léa doit venir skier douze journées pendant la saison 2007-2008. Quel est, pour elle, le tarif le plus intéressant?

Le prix le plus intéressant pour 12 jours de ski est le tarif B car la droite représentant G est en dessous de la droite représentant f. Le prix est de 228

b) En étudiant les tarifs de la saison, Chloé constate que, pour son séjour, les tarifs A et B sont égaux. Combien de journées de ski prévoit-elle de faire?

Sur le graphique on voit que les droites se coupent au point de coordonnées (10 ; 200)

Donc elle paie le même prix avec le tarif A ou le tarif B si elle skie pendant 10 jours et elle paiera 200 €